УДК 378.146 DOI: 10.18698/2306-8477-2018-11-570

Сравнительный анализ различных подходов к изучению аналитической геометрии в технических университетах

© В.Ю. Чуев, И.В. Дубограй

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследован вопрос изучения курса аналитической геометрии в технических университетах. Проанализированы различные подходы к изложению материала этого курса. Проведен их сравнительный анализ. Показано, что параллельное изучение объектов плоскости и пространства способствует лучшему усвоению студентами изучаемого материала.

Ключевые слова: *аналитическая геометрия, объекты плоскости и пространства, логическое мышление*

Введение. Изучение высшей математики способствует развитию логического мышления и творческого воображения студентов, умению анализировать, использовать полученные знания при решении новых задач.

Неотъемлемой частью курса высшей математики в технических университетах является аналитическая геометрия [1]. Преподавание аналитической геометрии в России имеет длинную и непростую историю. Первые попытки включить аналитическую геометрию в учебную программу имели место в военных учебных заведениях еще в XVIII в., а в XIX в. она была утверждена на первом курсе физико-математического факультета университета, и до сих пор, уже более 270 лет, изучение математики в любом вузе начинается с аналитической геометрии. Понятия и положения этого курса используются в физике, теоретической механике, во многих специальных дисциплинах, а также в других разделах курса высшей математики технических университетов. Предмет аналитической геометрии заключается в исследовании геометрических форм с помощью алгебраического анализа [2]. Две основные задачи аналитической геометрии являются взаимно обратными. В первой задаче дано некоторое множество точек плоскости или пространства, обладающее определенным набором свойств. Требуется составить уравнение или систему уравнений, которые в некоторой системе координат задают это множество. Во второй задаче в выбранной системе координат множество точек плоскости или пространства описывается заданным уравнением или системой уравнений. Необходимо определить вид, исследовать форму и выяснить основные свойства этого множества.

Анализ двух подходов к изложению аналитической геометрии. Несмотря на продолжительный и распространенный опыт преподавания этого раздела математики, следует признать, что сегодня еще существует ряд проблем при обучении аналитической геометрии.

В курсе аналитической геометрии в технических университетах изучаются объекты первого и второго порядка. К объектам первого порядка относятся множества точек, которые в декартовой системе координат задаются уравнениями первой степени (линейными уравнениями). Таковыми являются прямые на плоскости, прямые и плоскости в пространстве. Объекты второго порядка — множества точек, которые в декартовой системе координат задаются уравнениями второго порядка. К ним относятся кривые второго порядка на плоскости и поверхности второго порядка в пространстве.

В настоящее время существуют два подхода, две последовательности изложения курса аналитической геометрии. Первый подход предполагает сначала изучение объектов только на плоскости (в первую очередь прямую на плоскости и различные виды ее уравнения), затем кривые второго порядка и их уравнения. После этого изучаются объекты в пространстве, плоскость и прямая, затем поверхности второго порядка [3].

Второй подход, заключающийся в параллельном изучении объектов плоскости и пространства, предполагает сначала всестороннее рассмотрение объектов первого порядка. Прежде всего изучаются прямые на плоскости, а затем плоскости и прямые в пространстве. Далее исследуются объекты второго порядка: сначала кривые на плоскости, а потом поверхности в пространстве [4].

По мнению авторов настоящей статьи, второй подход имеет ряд существенных преимуществ, поскольку несколько видов уравнений прямой имеют аналогичный вывод и форму записи как на плоскости, так и в пространстве. К ним относятся векторное, параметрические и канонические уравнения прямой, а также уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Также аналогичный вид имеют общее уравнение прямой на плоскости и общее уравнение плоскости в пространстве. Подобным образом осуществляется вывод этих уравнений, а также вывод формул для вычисления расстояния от заданной точки до прямой на плоскости и расстояния от заданной точки до плоскости в пространстве.

Например, на плоскости каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M_0\left(x_0, y_0\right)$ и имеющей направляющий вектор $\vec{s}=\left(m, n\right)$, имеет вид $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}$, а в пространстве канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0\left(x_0, y_0, \mathrm{z}_0\right)$ с направляющим вектором $\vec{s}=\left(m, n, p\right)$, имеют вид $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}=\dfrac{z-z_0}{p}$.

Одновременно с изучением плоскости и прямой в пространстве закрепляется материал по теме «Прямая на плоскости», проводятся аналогии, строятся логические связи, что способствует повышению интереса студентов к рассматриваемому материалу.

Далее исследуются кривые второго порядка на плоскости. Знания, полученные при освоении этой темы, используются затем при изучении поверхностей второго порядка в пространстве. Основным методом исследования уравнения и построения такой поверхности является метод сечений. Он заключается в том, что строятся сечения заданной поверхности всеми координатными плоскостями и, при необходимости, плоскостями, параллельными координатным плоскостям. В этих сечениях, как правило, получаются кривые второго порядка, только что изученные студентами.

Так, например, при построении эллиптического параболоида $\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$ в сечениях координатными плоскостями $x=0$ и $y=0$ получаем параболы с уравнениями $y^2=2pz$ и $x^2=2pz$ соответственно, а в сечениях плоскостями $z=h>0$ получаем эллипсы с уравнениями $\frac{x^2}{2ph}+\frac{y^2}{2qh}=1.$

Происходит повторение и закрепление материала. Один блок полученных знаний сразу же может быть использован при изучении другого блока, что повышает значимость излагаемого материала в глазах студентов.

Заключение. Учитывая вышеизложенные факты, авторы считают более целесообразным второй подход к изучению аналитической геометрии в технических университетах, так как он способствует лучшему усвоению студентами изучаемого материала. Это подтверждается на практике и актуально сегодня, поскольку количество часов, отведенных на математику, сокращается, а уровень школьной подготовки не очень высок. Для этого требуется рациональное методическое изложение материала во всех разделах математики, изучаемых в технических университетах.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Шипачев В.С. *Высшая математика.* Москва, Высшая школа, 2005, 479 с.
[2] Привалов И.И. *Аналитическая геометрия*. Санкт-Петербург, Лань, 2003, 304 с.
[3] Фролов С.В., Шостак Р.Я. *Высшая математика*. Т. 1. Москва, Высшая школа, 1973, 480 с.
[4] Ильин В.А., Позднякд Э.Г. *Аналитическая геометрия*. Москва, Физматлит, 2012, 224 с.

Статья поступила в редакцию 17.10.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Сравнительный анализ различных подходов к изучению аналитической геометрии в технических университетах. *Гуманитарный вестник*, 2018, вып. 11. http://dx.doi.org/10.18698/2306-8477-2018-11-570

Чуев Василий Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области прикладной математики. e-mail: vacilious@mail.ru

Дубограй Ирина Валерьевна — доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области прикладной математики. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

Comparative analysis of different approaches to the study of analytical geometry at technical universities

© V.Yu. Chuev, I.V. Dubograi

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article considers the process of learning the course of analytic geometry in technical universities. Various approaches to the presentation of the course are compared and analyzed. It is shown that parallel studying plane and space objects contributes to a better mastering the studied material by students.

Keywords: *analytical geometry, plane and space objects, logical thinking*

REFERENCES

[1] Shipachev V.S. *Vysshaya matematika* [Higher mathematics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2005, 479 p.

[2] Privalov I.I. *Analiticheskaya geometriya* [Analytical geometry]. St. Petersburg, Lan Publ., 2003, 304 p.

[3] Frolov S.V., Shostak R.Ya. *Vysshaya matematika. Tom 1* [Higher mathematics. Vol. 1]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1973, 480 p.

[4] Ilyin V.A., Pozdnyak E.G. *Analiticheskaya geometriya* [Analytical geometry]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 224 p.

Chuev V.Yu., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 20 research publications in the field of applied mathematics.
e-mail: vacilious@mail.ru

Dubograi I.V., Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of a number of scientific papers in the field of applied mathematics. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru